



نکته ۱: با توجه به صورت درم قفسه داریم:

$$Z = f(u) \quad \frac{dz}{du} = n u f'(u)$$

$$x z_x + y z_y = n u f'(u)$$

$$\Rightarrow x z_x + y z_y = 2u \left(\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \right) \frac{z = \sin^{-1} u}{u = \sin z} \frac{2 \sin z}{\sqrt{1-\sin^2 z}} = 2 \tan z$$

نکته ۲: با کمک فرمول مقدار توابع، داریم:

$$f(x_0 + dx, y_0 + dy) \approx f(x_0, y_0) + f_x(x_0, y_0) dx + f_y(x_0, y_0) dy$$

$$\begin{cases} f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 + 1} \\ f_x = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}}, f_y = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}} \end{cases}, \begin{cases} x_0 = 2, y_0 = 2 \\ dx = 0.1, dy = -0.4 \end{cases}$$

$$f(2.1, 1.6) \approx f(2, 2) + f_x(2, 2)(0.1) + f_y(2, 2)(-0.4)$$

$$\Rightarrow f(2.1, 1.6) \approx 3 + \frac{2}{3} \left(\frac{1}{1.0} \right) + \frac{2}{3} \left(-\frac{4}{1.0} \right) = 3 - \frac{2}{3} = 3 - 0.6667 = 2.3333$$

نکته ۳: با استفاده از مشتق توابع (معمولاً به این صورت)، داریم:

$$\begin{cases} \frac{\partial Z}{\partial u} = \frac{\partial Z}{\partial x} \times \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial Z}{\partial y} \times \frac{\partial y}{\partial u} \\ \frac{\partial Z}{\partial v} = \frac{\partial Z}{\partial x} \times \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial Z}{\partial y} \times \frac{\partial y}{\partial v} \end{cases}$$



$$\begin{cases} \frac{\partial Z}{\partial u} = \left(\frac{1/y}{1 + \frac{\lambda^2}{y^2}} \right) (1) + \left(\frac{-\lambda/y^2}{1 + \frac{\lambda^2}{y^2}} \right) (1) = \frac{y - \lambda}{y^2 + \lambda^2} \\ \frac{\partial Z}{\partial v} = \left(\frac{1/y}{1 + \frac{\lambda^2}{y^2}} \right) (1) + \left(\frac{-\lambda/y^2}{1 + \frac{\lambda^2}{y^2}} \right) (-1) = \frac{y + \lambda}{y^2 + \lambda^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{ry}{y^2 + \lambda^2}$$

$$\Rightarrow \frac{ry}{y^2 + \lambda^2} = \frac{r(u-v)}{(u-v)^2 + (u+v)^2} = \frac{r(u-v)}{u^2 + v^2 - 2uv + u^2 + v^2 + 2uv} = \frac{u-v}{u^2 + v^2}$$

حول مشتق متغیر نسبت به متغیر (در اینجا x) و از آنجا که u و v بر حسب x و y تعریف شده اند

$$\frac{\partial \lambda}{\partial v} = - \frac{\frac{\partial(f, g)}{\partial(v, y)}}{\frac{\partial(f, g)}{\partial(x, y)}}$$

فرضه مشتق ضمنی داریم:

$$\begin{cases} f: x^2 + y^2 - u = 0 \\ g: x \sin y + y - v = 0 \end{cases}$$

$$= - \frac{\begin{vmatrix} 0 & ry \\ -1 & x \cos y + 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} rx & ry \\ \sin y & x \cos y + 1 \end{vmatrix}} = - \frac{ry}{rx^2 \cos y + rx - ry \sin y} = \frac{-y}{x^2 \cos y + x - y \sin y}$$

به کمک صورت اول فرضه اول داریم:

$$\frac{\partial \omega}{\partial x} \quad (2)$$

$$A = \lambda Z_x + y Z_y = (0) \left(\sin^{-1} \frac{y}{x} \right) + (1) \left(\frac{xy}{x^2 - y} \right)$$

$$\Rightarrow A \stackrel{(2,1)}{=} \frac{(1)(1)}{1-1} = \frac{1}{0}$$

